

Introdução à relatividade geral

Oliver F. Piattella

Universidade Federal do Espírito Santo

Resumo

Apresentamos aqui uma breve e não-técnica introdução à teoria da relatividade geral, começando pelo conceito de espaço-tempo, passando pelo princípio de equivalência, e chegando nos testes clássicos que consagraram a teoria como uma das mais bonitas e bem-sucedidas da física.

Abstract

We present here a brief and non-technical introduction to the theory of general relativity, starting from the concept of spacetime, passing through the equivalence principle and ending with the classical tests which made the theory one of the most beautiful and successful of physics.

Palavras-chave: relatividade geral, espaço-tempo, princípio de equivalência, testes clássicos da relatividade geral.

Keywords: general relativity, spacetime, equivalence principle, classical tests of general relativity.

DOI: [10.47083/Cad.Astro.v1n1.30827](https://doi.org/10.47083/Cad.Astro.v1n1.30827)

1 Introdução

O objetivo desta contribuição ao primeiro número dos Cadernos de Astronomia é o de dar uma introdução à teoria da relatividade geral (daqui para frente abreviada por RG), formulada por Albert Einstein (1879–1955) em 1915 [1].¹ Existem na literatura vários livros-texto que podem fornecer uma introdução adequada à RG como por exemplo [3–5].

Estruturando este artigo de maneira que seja compreensível, é necessário que algum conceito básico já esteja em posse do leitor. Felizmente, as demais contribuições presentes neste número dos Cadernos de Astronomia contribuem para este conhecimento prévio necessário para a compreensão da RG. Começamos pelo conceito de força gravitacional e a sua descrição através da Lei de Gravitação Universal formulada por Isaac Newton (1643-1727) [6]. Existe uma interação entre dois corpos quaisquer, proporcional ao produto das suas massas e inversamente proporcional ao

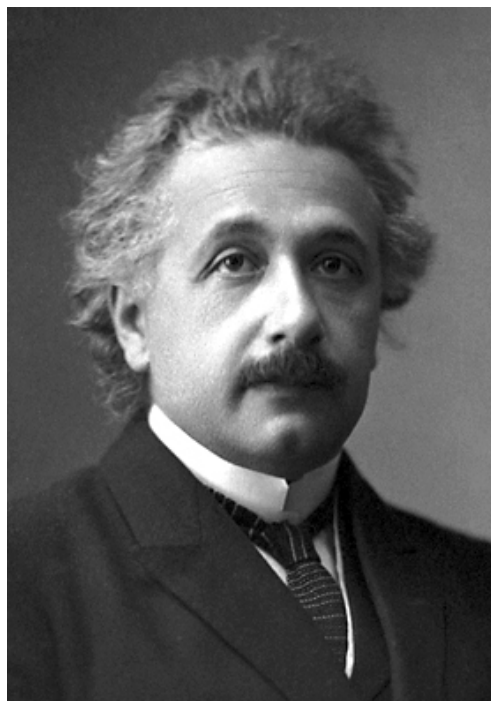


Figura 1: Albert Einstein (1879–1955) fotografado na ocasião do prêmio Nobel que ele recebeu em 1921. (Fonte: Wikipédia)

¹É importante ressaltar que a RG não foi desenvolvida por Einstein num único artigo, o citado [1], mas em muitos trabalhos que podemos considerar começando com o importante artigo [2] de 1905, o *annus mirabilis* do Einstein, em que ele propõe a teoria da relatividade restrita.

quadrado da distância entre eles. Em fórmulas matemáticas, a força gravitacional \mathbf{F} agindo entre duas massas puntiformes, m_1 e m_2 , separadas por uma distância r é a seguinte,²

$$\mathbf{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}, \quad (1)$$

onde G é uma constante (a constante de gravitação), $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ é um *versor*, um vetor com comprimento unitário que serve para indicar que a direção da força é a da reta que passa pelas duas massas puntiformes, e o sinal negativo indica que a força gravitacional é sempre atrativa (diferentemente da força elétrica, por exemplo, que pode ser também repulsiva).

Como mencionado, esta força instaura-se entre massas puntiformes. Então não parece ser muito útil para estudar, por exemplo, mecânica celeste, ou seja, o movimento dos planetas e dos corpos astronômicos em geral, que definitivamente não são puntiformes. A utilidade da Lei (1) se manifesta graças ao *princípio de superposição*, segundo o qual os campos gravitacionais gerados por várias massas se somam. Isto é sugerido também pelo fato que a Lei (1) está escrita em forma vetorial, e sabemos como somar vetores. Portanto, para calcular o campo gravitacional gerado, por exemplo, pelo Sol em um dado ponto do espaço o que se faz é calcular o campo gerado por cada “pedacinho” de Sol neste dado ponto e somar todas as contribuições. Matematicamente, estamos fazendo *cálculo infinitesimal* (chamado somente de *cálculo* hoje em dia nas universidades) e, especificamente, fazendo uma *integral*. Incidentalmente, o Newton não deu somente uma contribuição enorme para a física, mas também para a Matemática, pois ele desenvolveu, segundo alguns até inventou, juntamente ao Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), o cálculo infinitesimal.

Para terminarmos esta pequena introdução, é necessário ressaltar também o fato de que a Lei (1) descreve uma interação que ocorre a *distância*, ou seja qualquer mudança sofrida por exemplo pela massa m_1 é transmitida (e “sentida”) instantaneamente para a massa m_2 .

Podemos antecipar que esta transmissão instantânea da interação é rejeitada na RG, pois nada pode-se propagar com velocidade superior à velocidade da luz. Além disso o princípio de

superposição não é mais válido, tornando a RG uma teoria “difícil” e, em última análise, aparentemente impossível de se harmonizar com a teoria quântica, outro grande sucesso da física. Enfim, na RG o conceito de força gravitacional não existe mais e é substituído pelo efeito dos corpos materiais que se movimentam num espaço-tempo cuja geometria não é Euclidiana, ou seja, não é planar, mas possui curvatura.

Para sermos mais específicos sobre este último ponto, vamos revisar agora o conceito de espaço-tempo.

2 O espaço-tempo

Antes de enfrentarmos o tópico principal do artigo, a RG, precisamos fazer um primeiro passo na teoria da relatividade restrita (daqui para frente abreviada por RR), formulada também por Albert Einstein em 1905 [2] e que leva ao conceito de espaço-tempo. Este foi introduzido por Hermann Minkowski (1864-1909), e então chamado às vezes *espaço de Minkowski*, quando refere-se à representação geométrica da RR. O espaço de Minkowski é um espaço plano, com quatro dimensões e onde as distâncias se calculam de uma forma mais esquisita da que estamos acostumados no espaço tridimensional. A RR já foi discutida em outro artigo deste número dos Cadernos de Astronomia, portanto não entrarei em muito detalhe, porém voltarei à questão de como calcular as distâncias no espaço de Minkowski no final desta seção.

O (provavelmente) maior sucesso da física do século XIX é representado pela compreensão dos fenômenos elétricos e dos fenômenos magnéticos, aparentemente pertencentes a mundos distintos, mas na verdade faces da mesma moeda, que hoje se chama *eletromagnetismo*. O cume deste sucesso é, pelo menos do ponto de vista teórico, representado pelas *equações de Maxwell*, elaboradas pelo físico escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) em [7] e que escrevo aqui,

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \left(4\pi\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right). \quad (5)$$

²Este artigo contém fórmulas matemáticas, mas pode ser lido também desconsiderando-as. Elas estão a disposição dos leitores mais curiosos.

Não vou explicar em detalhe estas equações, pois são bem mais complicadas que a Lei (1) e envolvem um certo conhecimento matemático de cálculo diferencial vetorial, que não é necessário aqui pois a minha intenção é apenas de mostrar a “cara” destas equações muito famosas. Só basta notar que \mathbf{E} é o chamado *campo elétrico*, \mathbf{B} o *campo magnético* e c é a velocidade da luz no vácuo.³ Reparem também na simetria destas equações, quebrada apenas pelas quantidades ρ e \mathbf{J} , que são a *densidade de carga elétrica* e a *densidade de corrente elétrica*, respectivamente. De fato, colocando estas duas quantidades a zero e combinando oportunamente as equações acima descobre-se que os campos elétricos e magnéticos propagam-se como ondas, as famosas *ondas eletromagnéticas*, das quais a luz que vemos com os nossos olhos é um exemplo.

Com as equações de Maxwell o domínio intelectual do homem sobre a natureza se estendia um pouco mais, além dos fenômenos mecânicos, abrangendo também os elétricos e magnéticos, que tinham fascinado o ser humano desde os tempos antigos. Não se tratava porém de um domínio completo, pois não se conhecia ainda a estrutura da matéria, os átomos e seus núcleos, e ninguém tinha ainda ideia da existência das interações fracas e fortes, relacionadas justamente ao âmbito da física nuclear. A disciplina da química existia sim, mas não tinha ainda relação com a física, sendo uma ciência bem distinta. Hoje sabemos que as leis fundamentais que estão na base da química são leis da física, em específico leis do eletromagnetismo e da física quântica.

Como mencionado, o outro âmbito da física, que no século XIX já era dominado há pelo menos um século e meio, desde Galileu Galilei (1564-1642) e Newton, era o da mecânica, que deve ser entendida aqui como o estudo do movimento dos corpos e das causas que geram este movimento. As três leis de Newton, a lei de Gravitação Universal (1) e o *princípio da relatividade* de Galileu eram noções bem estabelecidas entre os físicos. O princípio da relatividade é particularmente importante e então vale a pena explicá-lo um pouco mais em detalhe. Para isto precisamos de um *sistema de referência*, ou *referencial*, que é um conjunto de medidores (eixos cartesianos por exem-

plo) e um cronômetro universal, que dão a posição no espaço de um objeto com relação a uma origem num dado instante de tempo. Naturalmente existem infinitos possíveis referenciais, pois podemos escolher uma origem e os eixos como quisermos, o importante é termos 3 números independentes que nos deem informação exhaustiva sobre a posição de um ponto no espaço. Segundo o princípio da relatividade de Galileu, as leis da mecânica não mudam se considerarmos referenciais distintos em movimento relativo uniforme, ou seja com velocidade constante. Por exemplo, considerem dois referenciais cartesianos (x, y, z) e (x', y', z') . Se estes referenciais estão em movimento relativo uniforme as suas coordenadas são relacionadas por uma *Transformação de Galileu*,

$$t' = t, \quad x' = x - Vt, \quad (6)$$

$$y' = y, \quad z' = z, \quad (7)$$

onde V é uma velocidade constante e t é o tempo. Por simplicidade aqui temos considerado os dois referenciais com eixos paralelos e apenas um movimento relativo uniforme ao longo de uma direção que é a mesma dos eixos x e x' , mas no caso mais geral possível os dois referenciais podem ser orientados de forma arbitrária e o movimento relativo pode ocorrer em outra direção arbitrária. O importante é que este movimento seja uniforme.

Os referenciais em movimento relativo uniforme são ditos de *Referenciais Inerciais*. Um observador acelerado com relação a outro experimentaria uma força adicional, chamada de *força fictícia* ou *força inercial*, e que nós todos conhecemos quando por exemplo estamos num ônibus e o motorista freia ou acelera ou muda de direção abruptamente.

O grande problema, que no final levou Einstein a formular a RR, surgiu na tentativa de juntar o princípio da relatividade com a teoria eletromagnética.⁴ As equações de Maxwell (2) e (4) não mantêm a mesma forma sob uma transformação de Galileu (6). Isto significa que supostamente o

⁴Juntar teorias de sucesso é uma prática comum na física e representa a nossa tentativa de achar uma ordem no caos dos fenômenos que observamos, ou seja, procurar poucas leis fundamentais que expliquem o maior número possível de ocorrências naturais. Essa prática se chama de *Reduccionismo* e funcionou muito bem durante o século XX. Recomendo o belo livro do Steven Weinberg [8] sobre “o sonho de uma teoria final” para quem queira se aprofundar neste tema da ciência.

³A velocidade da luz no vácuo tem o impressionante valor de cerca 300.000 km/s, ou aproximadamente um bilhão de km/h.

princípio da relatividade não vale para o eletromagnetismo e os fenômenos eletromagnéticos são distintos entre referenciais inerciais. O problema é que não havia evidência experimental disto e aparentemente o princípio da relatividade devia ser válido também para o eletromagnetismo.

Então o que fazer? É possível que as equações de Maxwell sejam incorretas? Certamente não, pois elas também são comprovadas experimentalmente. Além disso, essas são matematicamente elegantes demais para que pudessem ser erradas. Esta questão da elegância e da beleza matemática não é uma abordagem muito científica, é verdade, mas funcionou ao longo da história, sobretudo no século XX. Por algum motivo as teorias de mais sucesso, as que descrevem bem os fenômenos naturais, são matematicamente elegantes. Obviamente o contrário não é verdade, ou seja, não basta a elegância matemática para garantir o sucesso de uma teoria física.

Se o princípio da relatividade vale e as equações de Maxwell são corretas, quem é o culpado? Talvez o leitor já tenha adivinhado: as transformações de Galileu. Einstein insistiu que as equações de Maxwell fossem corretas e que tinha algo errado nas transformações de Galileu. Ou melhor, segundo Einstein as equações de Maxwell tinham que respeitar o princípio da relatividade, pois a física devia ser a mesma para dois observadores em movimento relativo uniforme e também quando envolvesse fenômenos eletromagnéticos. Mas isto então implicava que as transformações de Galileu não pudessem ser corretas. Tinha uma implicação mais profunda ainda. Se as equações de Maxwell gozam da propriedade chamada em jargão técnico de *covariância*, que significa que elas têm a mesma forma independentemente do referencial inercial em que estão escritas, então existe uma quantidade que não deve depender da escolha do referencial, que é um *invariante*, como por exemplo a massa na segunda lei de Newton. Esta quantidade, como pode ser visto nas equações (2) e (4) é c , a velocidade da luz no vácuo.

Agora, nós estamos acostumados com a lei de adição das velocidades de Galileu, ou seja, se um corpo se movimenta com velocidade \mathbf{v}' num referencial que por sua vez se movimenta com velocidade \mathbf{V} com relação a outro referencial, neste último o corpo terá velocidade,

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{V}, \quad (8)$$

ou seja, a soma vetorial das velocidades. Ter uma

velocidade invariante implica então que essa lei não vale mais. Além disso, é possível provar que o fato de termos uma velocidade invariante implica que o conceito de simultaneidade se torna relativo, ou seja, o tempo não pode mais ser absoluto, computado da mesma forma para todos os referenciais, mas sim ele se torna relativo assim como as distâncias. Aqui começamos enxergar o conceito de espaço-tempo. Como o tempo também é relativo, não pode existir um relógio universal que vale para todos os referenciais, mas sim o tempo deve ser parte do referencial. De fato, as transformações corretas entre dois referenciais inerciais são as *Transformações de Lorentz*,

$$\begin{aligned} ct' &= \gamma(ct - \beta x), & x' &= \gamma(x - \beta ct) \quad (9) \\ y' &= y, & z' &= z, \quad (10) \end{aligned}$$

onde:

$$\beta \equiv \frac{V}{c}, \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (11)$$

Estas transformações incluem as de Galileu no caso em que β for muito pequeno. De fato, no dia a dia lidamos com velocidades que são ridiculamente menores que c e, por isso, somente depois da descoberta das ondas eletromagnéticas, que propagam-se justamente com velocidade c no vácuo, estas transformações foram procuradas e descobertas. Como sugere o nome, não foi Einstein quem as descobriu mas sim os físicos Hendrik Antoon Lorentz (1853–1928) e George Francis FitzGerald (1851-1901), embora não para conciliar o princípio da relatividade com o eletromagnetismo, mas para explicar o resultado do famoso experimento de Michelson e Morley (1887) que sugeria que a velocidade da luz fosse um invariante [9].

Como mencionado no começo desta seção, o conceito de espaço-tempo obteve uma conotação geométrica graças ao trabalho de Hermann Minkowski (1864-1909). Conhecemos bem o espaço Euclidiano, como o cenário da mecânica clássica e também do nosso dia a dia.⁵ Neste espaço, considerando um referencial (x, y, z) e dois pontos (x_1, y_1, z_1) e (x_2, y_2, z_2) , o quadrado da distância

⁵Um espaço Euclidiano é um espaço onde o quinto postulado de Euclides vale, ou seja, entre as muitas formulações deste, por cada ponto passa somente uma reta paralela a uma reta dada. Foi um grande sucesso do século XIX descobrir que o quinto postulado de Euclides é logicamente independente dos demais e que existem espaços em que ele não é satisfeito.

entre esses dois pontos é dado pelo teorema de Pitágoras,

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2. \quad (12)$$

O Minkowski mostrou que, incluindo o tempo, o espaço-tempo é descrito por uma distância entre eventos espaço-temporais dada por,

$$-(t_2 - t_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 \quad (13)$$

$$+(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2. \quad (14)$$

O sinal negativo na frente da variação temporal não é um erro de digitação e tem consequências muito importantes para a física que seriam difíceis de explicar em detalhe aqui. Só note que a distância no espaço-tempo não é definida positiva. De maneira infinitesimal, podemos escrever a equação acima como,

$$\begin{aligned} ds^2 &= -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \\ &= \sum_{\mu=0}^3 \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \end{aligned} \quad (15)$$

onde $\eta_{\mu\nu}$ é uma matriz diagonal com valores $(-1, 1, 1, 1)$ e é chamada *métrica de Minkowski*. É um conjunto de números, constantes, então isso sugere que o espaço de Minkowski seja plano, isto é, não possui curvatura.

3 O princípio de equivalência e a relatividade geral

A relatividade geral foi o resultado de um longo trabalho de Einstein, uma longa cadeia de tentativas e fracassos que deram origem a uma das mais bonitas e efetivas teorias da física. Não podemos entrar aqui nos detalhes matemáticos da teoria, que baseiam-se numa parte da Matemática chamada de *Geometria Diferencial*, mas podemos focar num conceito físico que inspirou Einstein, e que é conhecido com o nome de *princípio de equivalência*, introduzido por ele num artigo de 1907 [10]. Como vimos, na RR a descrição do espaço-tempo é dada pela métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$ e o próprio espaço de Minkowski (o espaço-tempo) é plano.⁶ Esse é o espaço compatível com as transformações de Lorentz e essas são válidas somente entre referenciais inerciais. Então surge

⁶Tecnicamente é pseudo-Euclidiano, e não Euclidiano, pois a métrica não é definida positiva.

naturalmente a questão do que acontece para os referenciais que estão acelerados. A primeira observação importante é que um referencial acelerado pode ser indistinguível de um referencial em repouso em um campo gravitacional. Por exemplo, pensem na situação trágica de um elevador em queda livre com uma pessoa dentro. A pessoa experimenta ausência de gravidade, ausência de peso, pois ela e o elevador estão caindo ao mesmo tempo. Esse fato de “cair ao mesmo tempo” já era notório com Galileu, que realizou experimentos de queda livre da torre de Pisa, mostrando que todos os corpos, independentemente do próprio peso, levam o mesmo tempo para chegar ao solo. Isso se chama também *universalidade da queda livre*, ou equivalência entre *massa inercial* e *massa gravitacional*. Hoje este é conhecido também como o *princípio de equivalência fraco*. O que são as massas inerciais e gravitacionais? A massa inercial é a resistência de um corpo a mudar seu estado de movimento, ou seja quando aplicamos nele uma força, ele sofre uma aceleração inversamente proporcional à massa inercial. É o m da segunda lei de Newton,

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}. \quad (16)$$

A massa gravitacional é a que sente e gera o campo gravitacional (poderia-se dividir ainda em passiva no caso de sentir e ativa no caso de gerar o campo gravitacional). É o m da Lei de Gravitação Universal (1).

Se as duas massas (inercial e gravitacional) são iguais, os movimentos de corpos diferentes no mesmo campo gravitacional são idênticos. Por exemplo, na proximidade da superfície da Terra todos os corpos caem com a mesma aceleração $g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$.⁷

O *princípio de equivalência de Einstein*, do qual surge a RG, requer que num campo gravitacional sempre possamos escolher *localmente* um referencial em que a RR seja válida. Temos que especificar *localmente*, no sentido que o referencial acima citado cobre somente uma região do espaço suficientemente pequena para que o campo gravitacional seja uniforme. O elevador em queda livre num poço de um prédio é um exemplo simples, embora truculento, de um referencial localmente inercial, onde tudo se passa como se o campo gravitacional fosse desligado. Talvez um exemplo

⁷O movimento não é exatamente o mesmo pois temos que levar em conta a resistência do ar, que depende das dimensões do corpo.

menos truculento seja a estação espacial internacional (ISS), que também se encontra em queda livre no campo gravitacional da Terra, embora haja neste caso um movimento orbital.⁸

Não é aqui o lugar certo para explicar como o princípio de equivalência levou Einstein à formulação da RG, pois haveria muitos tecnicismos inevitáveis e o leitor que não possui uma certa preparação física e matemática ficaria perdido. Basta dizer que o princípio de equivalência permite formular a teoria da gravitação como uma teoria geométrica, ou seja os fenômenos gravitacionais são a expressão do fato que o espaço-tempo não é plano, mas possui curvatura. O campo gravitacional é representado pela métrica, as forças gravitacionais pelas derivadas primeiras desta métrica e a curvatura pelas derivadas segundas dela. Tecnicamente, a métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$ é substituída por uma métrica genérica $g_{\mu\nu}(x)$, que não é mais constante, mas varia de ponto para ponto no espaço-tempo.

Naturalmente isso não basta. Temos que entender como matéria e campo gravitacional interagem entre si. Como a matéria gera um campo gravitacional encurvando o espaço-tempo? E como a matéria se movimenta no espaço-tempo curvo? A resposta a estes quesitos é dada pelas equações de campo de Einstein, que estão possivelmente entre as equações mais importantes da física. Vou escrevê-las aqui,

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (17)$$

e não vou explicá-las em detalhe. Só preciso destacar que $G_{\mu\nu}$, o *tensor de Einstein*, é uma combinação da métrica e suas derivadas primeiras e segundas, ou seja é uma quantidade geométrica. A quantidade $T_{\mu\nu}$ é o *tensor de energia-momento* e descreve a distribuição de matéria, inclusive o seu movimento, no espaço-tempo.

⁸Talvez esta afirmação possa soar estranha. Como assim a ISS está em queda livre? Então porque não cai e se destrói na superfície da Terra? Não acontece isso pois a ISS está sim caindo na Terra, mas ao mesmo tempo se movimenta tangencialmente se afastando assim da superfície da Terra que, grosseiramente, é uma esfera. Quando falamos de órbitas, há este equilíbrio entre cair e escapar da superfície da Terra, o que tecnicamente significa possuir momento angular. A própria Terra faz o mesmo com o Sol. Não cai em cima dele, para a nossa sorte, porque “escapa” de lado com uma velocidade de cerca 30 km/s. Isto já era entendido por Newton (talvez somente por ele na época) e descrito no [6] no famoso experimento pensado do “canhão”.

Vamos agora discutir brevemente os testes experimentais que decretaram o sucesso da RG e de Einstein.

4 Os testes clássicos da relatividade geral

Os testes clássicos da RG são três:

1. A deflexão da luz em proximidade de corpos com grande massa;
2. A precessão do periélio do planeta Mercúrio;
3. O desvio para o vermelho gerado por um campo gravitacional,

e foram propostos pelo próprio Einstein. Subsequentemente um quarto teste foi proposto pelo Irwin Shapiro (1929-) em 1964 [11] e envolve o atraso de sinais (eletromagnéticos, por exemplo) que passam através de campos gravitacionais. O efeito relacionado ao teste se chama *Atraso de Shapiro* e é extremamente importante no estudo de sistemas estelares binários, mas não irei discuti-lo aqui.

Tecnicamente falando, o terceiro teste é um teste do princípio de equivalência enquanto os dois primeiros são testes de um modelo geométrico da gravidade. Ou seja, admite-se a descrição do espaço-tempo por uma certa métrica e testam-se as predições oriundas desta configuração. Essa métrica é solução das equações de campo de Einstein (17), mas estas não são testadas diretamente, pois a mesma métrica poderia ser uma solução das equações de campo de outra teoria, diferente da RG.

O leitor atento poderia agora perguntar: e as ondas gravitacionais? De fato agora as ondas gravitacionais, com a primeira detecção ocorrida em 2015 [12], abrem um novo teste para a RG e outras teorias da gravitação, mas elas não constituem um teste “clássico”. Vale também ressaltar que a predição da existência de ondas gravitacionais não foi considerada de grande relevância nas primeiras décadas de existência da RG pelo motivo que o sinal que é produzido por este fenômeno é tão pequeno que nunca se considerou possível uma detecção direta. De fato ela aconteceu quase um século depois do desenvolvimento da teoria e isso indica o quão difícil foi chegar neste resultado histórico. Quero destacar o adjetivo “direta” com referência à detecção. Indiretamente as

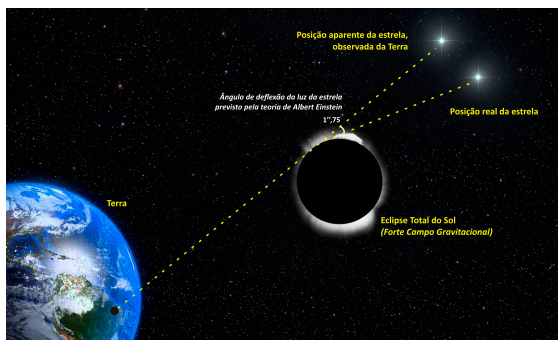


Figura 2: A deflexão de um raio de luz vindo de uma estrela longínqua. O campo gravitacional do Sol gera esta deflexão e a sua observação se torna possível só em concomitância de uma eclipse total. (Fonte: Observatório Nacional)

ondas gravitacionais já haviam sido detectadas no final da década de 1970, analisando a variação do período orbital de um sistema estelar binário descoberto por Hulse e Taylor [13].

4.1 A deflexão da luz em proximidade de corpos com grande massa

A deflexão da luz próximo a corpos com grande massa, veja a Figura 2, foi a primeira previsão da RG testada.⁹ Alguém poderia reclamar que foi a previsão da precessão do periélio do planeta Mercúrio que foi testada primeiro, mas eu gosto da colocação do Steven Weinberg (1933-): essa foi uma “retrodição”, e não uma previsão, pois o problema da precessão do periélio do planeta Mercúrio já era conhecido bem antes que o Einstein desenvolvesse a RG.

Mas voltamos à deflexão da luz causada pela massa de um corpo. Esta previsão não era na verdade totalmente nova, pois já em 1804 o astrônomo Johann Georg von Soldner (1776-1833) tinha especulado em [14] sobre a possibilidade de um raio de luz ser deflexionado por causa da atração gravitacional, descrita então pela Lei de Gravitação Universal de Newton (1). Einstein revisitou este resultado em um artigo de 1911 [10], onde utilizou o princípio de equivalência para argumentar que a luz, enquanto possui energia, possui massa também (graças à famosa relação $E = mc^2$ da RR) e, enquanto possui massa, está sujeita en-

tão à força gravitacional. Esta conexão conceitual é o que faltava na abordagem de Soldner, em que se postula que a luz simplesmente tem uma natureza corpuscular e não há necessidade de especificar a massa destes corpúsculos, pois nos cálculos ela desaparece (mas esse cancelamento providencial tem base no próprio princípio de equivalência, mais especificamente na universalidade da queda livre anteriormente mencionada).

A previsão de Einstein, no artigo [10] usando a Lei da Gravitação Universal de Newton, dava um valor de cerca 0,87 segundos de arco para um raio de luz passando próximo à superfície do Sol. Usando a RG, obtém-se um valor de cerca do dobro.¹⁰ Independentemente do valor da previsão, o fato que existisse a previsão em si era algo extraordinário. Especialmente hoje em dia, geralmente constroem-se teorias para que elas expliquem o que já é observado,¹¹ então a previsão da deflexão dos raios de luz por um corpo massivo tratava-se de algo totalmente novo, um bônus da teoria.

Faltava obviamente testar essa previsão. Mas como fazer? O leitor atento lembra que poucas linhas a cima coloquei um valor, 0,87 segundos de arco para a teoria de Newton, e o dobro para a RG, calculados para raios de luz que passem em proximidade da superfície do Sol. Agora, temos duas questões relevantes: uma é teórica, no sentido que a teoria nos diz que esses números tornam-se cada vez menores à medida que consideramos raios de luz que passam cada vez mais longe do corpo celeste, mas ao mesmo tempo tornam-se cada vez maiores à medida que consideramos corpos celestes com massa cada vez maior. Para termos um efeito mais evidente possível precisamos então de um corpo com uma massa maior possível e que os raios de luz passem o mais próximo possível deste corpo. Eis porque falamos do Sol e de raios de luz que passam próximos da superfície do Sol. É a configuração ideal, e mesmo assim o número predito é minúsculo. A outra questão relevante é como podemos observar a luz que passa próximo da superfície do Sol? Isto parece ser impossível, já que no céu durante o dia não é possível enxergar nada além do Sol

⁹A especificação de “grande” com referência à massa é, na verdade, desnecessária. Qualquer massa encurva o espaço-tempo e conseqüentemente produz uma deflexão de raios de luz que passarem nas proximidades dela. Porém, como mencionado a seguir, esse efeito é mais pronunciado na medida que a massa for maior.

¹⁰Na verdade, *exatamente* do dobro. Não posso explicar aqui os motivos deste *exatamente*.

¹¹Um exemplo que me interessa pessoalmente, já que trata-se da minha área de pesquisa, é a energia escura, uma forma de energia que seria responsável pela expansão acelerada do universo.

em si e da Lua, às vezes. O resto é tudo azul (claro, se o céu não estiver nublado). Existe uma terceira questão, na verdade, que é: de onde vêm estes raios de luz que passam em proximidade da superfície do Sol? Provavelmente não será surpreendente se eu responder: das estrelas. Então fica mais claro ainda o problema de como enxergar estas estrelas durante o dia, próximas do Sol.

A solução veio em 1919, um ano em que houve um eclipse total visível por algumas regiões da Terra, entre as quais o norte do Brasil. Uma expedição de astrônomos, liderada pelo Arthur Stanley Eddington (1882-1944), conseguiu observar em Sobral, no Ceará, o fundo estelar na proximidade do Sol durante o eclipse total e determinar que as estrelas neste fundo estavam em posições diferentes do usual. A descrição da expedição e os resultados podem ser encontrados em [16]. Veja-se também [17].

É como se o Sol agisse como uma lente. Esta foi a primeira confirmação do desvio da luz provocado por uma massa. Por outro lado, tínhamos duas teorias, a de Newton e a RG, dando conta deste efeito. Qual estava certa? Eddington e colegas foram capazes de quantificar o desvio dos raios luminosos provocado pelo Sol, e chegaram à conclusão que a RG era a teoria correta. Geralmente esse sucesso é considerado como uma verificação da RG, um teste que a RG passou, mas é importante ressaltar que os erros observacionais eram enormes e hoje em dia seriam considerados grandes demais para poder ter uma conclusão confiável. Por outro lado, parecia não haver dúvida que havia de fato um desvio dos raios de luz causado pelo Sol e como a RG predizia isto de forma natural, Einstein virou uma celebridade.

4.2 A precessão do periélio do planeta Mercúrio

O periélio de um planeta é o ponto de sua órbita que se encontra mais próximo do Sol. O fato que este ponto exista, ou seja que as órbitas dos planetas não sejam círculos, mas sim elipses, é um dos capítulos mais antigos e bonitos da história da ciência, e que obviamente não vou aprofundar aqui.

A Lei de Gravitação Universal de Newton (1) permite calcular com grande precisão e exatidão as trajetórias dos planetas do Sistema Solar. Um cálculo deste tipo pode até ser feito de maneira exata, sem o auxílio de um computador, se ima-

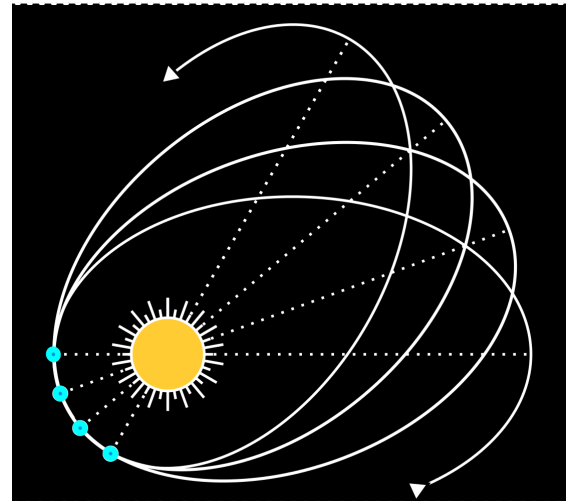


Figura 3: Visão esquemática do fenômeno da precessão. (Fonte: Wikipédia)

ginarmos uma situação com apenas dois corpos, por exemplo o Sol e a Terra. Neste caso simples e não realístico a órbita predita é imutável, ou seja possui sempre a mesma forma. Se agora introduzirmos os demais planetas, a interação gravitacional deles irá em princípio modificar essa órbita, mesmo que de forma muito leve, fazendo com que ela não seja mais imutável e impedindo que ela se feche. Neste caso o periélio não fica sempre na mesma posição para cada revolução do planeta em torno do Sol, mas tende a girar também, tende a executar justamente o que se chama de *precessão* (veja a Figura 3).

O planeta Mercúrio, o mais próximo ao Sol, possui uma órbita cujo periélio precede de 5600 segundos de arco por século, ou seja cerca de um grau e meio a cada cem anos. É incrível como um fenômeno astronômico possa ser descrito com uma tal precisão. Mais incrível ainda é que esse fenômeno pode ser predito teoricamente, através de um cálculo teórico bastante complicado, com base na Lei da Gravitação Universal de Newton (1) e tomando em conta a atração gravitacional dos demais planetas (essencialmente Vênus, a Terra e Júpiter). O problema consistia no fato que assim fazendo conseguia-se explicar somente parte dos 5600 segundos de arco por século, no específico “apenas” 5557 segundos de arco por século. Os 43 segundos de arco por século que faltam foram explicados por Einstein e pela RG.

Vale a pena comentar que no século XIX anomalias tinham sido detectadas na órbita do planeta Urano pelo astrônomo Urbain Le Verrier

(1811-1877). Urano, por assim dizer, não se “comportava” bem com relação à teoria de Newton. Le Verrier propôs que estas anomalias fossem devido à presença de outro planeta, que foi subsequentemente descoberto: Netuno. As anomalias na órbita de Mercúrio levaram ele então a postular a existência de outro planeta, numa órbita entre o Sol e Mercúrio, e que foi chamado Vulcano. Este planeta nunca foi detectado e a explicação da precessão do periélio de Mercúrio foi talvez a primeira sólida confirmação da RG.

A história de Netuno e Vulcano é um paradigma bastante usado hoje na cosmologia, no âmbito da chamada energia escura, mencionada anteriormente, e da matéria escura, que é outra componente material que não conhecemos dos nossos laboratórios na Terra, mas que parece existir porque detectamos efeitos gravitacionais, por assim dizer, inesperados. Este é justamente o paradigma: tudo começa com a observação de algo inesperado (por exemplo as anomalias na órbita de Urano). Como fazemos para explicar este “inesperado”? Falta algo para acrescentar na nossa teoria (Netuno) ou é a nossa teoria que está fora do regime em que ela vale e tem que ser estendida ou modificada (RG)?

4.3 O desvio para o vermelho gravitacional

O desvio para o vermelho sofrido por uma onda eletromagnética que “escapa” de um campo gravitacional foi o último dos testes clássicos da RG a ser efetuado e concluído com sucesso, isto em 1959. Fisicamente, a luz perde energia ao escapar de um campo gravitacional, não diferentemente de uma pedra lançada para cima. Se, por outro lado, a luz “cair” num campo gravitacional ela ganhará energia, assim como uma pedra deixada cair ganha energia (energia cinética). Essa fenomenologia foi comprovada em 1959 com o famoso experimento de Robert Vivian Pound (1919-2010) e o aluno dele Glen Anderson Rebka, Jr. (1931-2015), descrito em [18], mas cujas bases teóricas tinham sido propostas pouco antes em [19]. Eles conseguiram determinar, no porão dos laboratórios Jefferson, na Universidade de Harvard, um desvio para o azul de raios gama emitidos por uma fonte que se encontrava no sótão, 22,5 metros acima. Dessa forma, eles mostraram que o princípio de equivalência está condizente com a experiência. Esse resultado, além do

desvio para o vermelho ou para o azul de um raio de luz se propagando num campo gravitacional, confirma também a predição, muito usada nos filmes de ficção científica, que para um observador que se encontra num campo gravitacional mais forte do que se encontra outro observador, o tempo corre mais lentamente.

5 Considerações finais

Termino aqui esta breve revisão histórico-científica da teoria da relatividade geral com a seguinte pergunta: a RG é a teoria final da gravitação? A pesquisa moderna sugere que não. Quando a RG vem aplicada ao universo como um todo, na disciplina chamada de *Cosmologia*, repara-se que predições teóricas e observações concordam somente se incluirmos formas de matéria exótica, que não conhecemos dos nossos laboratórios na Terra. Estas novas formas de matéria existem? São o Netuno da Cosmologia? Ou são o Vulcano? Quem trabalha nesta última vertente se ocupa em modificar a RG para que em âmbito cosmológico seja possível ter uma explicação geométrica das componentes escuras do Universo. Acredito que seja honesto dizer que até hoje não existe ainda uma teoria que tenha suplantado a RG no mesmo sentido (bom) em que a RG suplantou a Lei de Gravitação Universal de Newton.

Agradecimentos

É um prazer agradecer aqui Isaac Torres, Leonardo Giani, Tays Miranda, Sara Aviz, Paola Terezinha Seidel e Ingrid Ferreira da Costa por terem lido o manuscrito e terem me dado importantes sugestões e comentários.

Sobre o autor

Oliver F. Piattella (oliver.piattella@cosmofes.org) se formou e se doutorou pela Università dell’Insubria, Como, Itália em 2010. Tornou-se professor adjunto da UFES em 2012. É pesquisador do CNPq e atua nas áreas de cosmologia e gravitação. Publicou 54 artigos científicos e um livro texto de cosmologia intitulado “Introduction to Cosmology”.

Referências

- [1] A. Einstein, *Die feldgleichungen der gravitation*. Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse **25**, 844–847 (1915).
- [2] A. Einstein, *Zur elektrodynamik bewegter körper*. Annalen der physik **322**, 891–921 (1905).
- [3] S. Weinberg, *Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity* (Wiley, New York, 1972).
- [4] R. A. d’Inverno, *Introducing Einstein’s relativity* (Oxford University Press, Oxford, 1992).
- [5] B. Schutz, *A first course in general relativity* (Cambridge University Press, Cambridge, 2009).
- [6] I. Newton, *The Principia: mathematical principles of natural philosophy* (University of California Press, Berkeley, 1999).
- [7] J. C. Maxwell, *On physical lines of force*, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science **21**, 338–348 (1861).
- [8] S. Weinberg, *Dream of a final theory, the scientist’s search for the ultimate laws of nature* (Vintage, New York, 1992).
- [9] A. A. Michelson e E. W. Morley, *On the relative motion of the earth and of the luminiferous ether*, Sidereal Messenger **6**, 306–310 (1887).
- [10] A. Einstein, *Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen*, Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik **4**, 411–908 (1908).
- [11] I. I. Shapiro, *Fourth Test of General Relativity*, Phys. Rev. Lett. **13**, 789–791 (1964).
- [12] B. P. Abbott et al, LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration, *Observation of gravitational waves from a binary black hole merger*, Phys. Rev. Lett. **116**, 061102 (2016).
- [13] J. M. Weisberg, J. H. Taylor e L. A. Fowler, *Gravitational waves from an orbiting pulsar*, Scientific American **245**, 74–83 (1981).
- [14] J. G. V. Soldner, *On the deflection of a light ray from its rectilinear motion, by the attraction of a celestial body at which it nearly passes by*, Berliner Astronomisches Jahrbuch, 161–172 (1804).
- [15] A. Einstein, *Über den einfluß der schwerkraft auf die ausbreitung des lichtes*, Annalen der Physik **340**, 898–908 (1911).
- [16] F. W. Dyson, A. S. Eddington e C. Davidson, *A determination of the deflection of light by the sun’s gravitational field, from observations made at the total eclipse of may 29, 1919*, in *Memoirs of the Royal Astronomical Society, vol. 62* (Priestley and Weale, Princeton, 1923).
- [17] L. C. B. Crispino e M. C. de Lima, *Expedição norte-americana e iconografia inédita de Sobral em 1919*, Rev. Bras. Ens. Fís. **40**(1), e1601 (2018).
- [18] R. V. Pound e G. A. Rebka Jr., *Apparent weight of photons*, Phys. Rev. Lett. **4**, 337–341 (1960).
- [19] R. V. Pound e G. A. Rebka Jr., *Gravitational red-shift in nuclear resonance*, Phys. Rev. Lett. **3**, 439–441 (1959).